

La recta numèrica, una representació per aprendre els nombres

En aquest article, s'hi presenten activitats de representació dels nombres sobre una recta que poden ser realitzades a educació infantil i a cycle inicial de primària. Representar els nombres sobre una recta ajuda a adquirir consciència de la situació en què es troben aquells i de la relació que mantenen amb els altres nombres, i és un recurs que també ajuda a aprendre càlcul.

Aprendre els nombres és aprendre les relacions que hi ha entre ells, perquè els nombres només tenen sentit en relació amb els altres. Quin valor té reconèixer el 3 si no se sap que en representa exactament un més que 2 i un menys que 4?

La recta numèrica és una representació dels nombres que ajuda a veure'n les relacions i a situar-los en l'espai.

En un gràfic com aquest, s'hi pot reconèixer el punt que representa cada nombre. Per situar els nombres en una recta com la de la figura 1, cal posar-los en relació: si el primer és el 0 i el darrer, el 10; el del mig serà el 5; el de després del 0, l'1; el d'abans del 10, el 9; el d'abans del 5, el 4, i el de després, el 6, etc.

Figura 1



Unes relacions diferents de les que es faran en observar el gràfic de la figura 2, on el 10 es troba al mig de la recta, i el 5 i el 15 marcant-ne la quarta part. A partir d'aquests punts de referència, es poden anar identificant la resta de punts.

Tenir com a punt de referència els nombres que marquen l'inici i el final de la recta afavoreix unes relacions determinades, però se'n poden provocar unes altres si els punts que es donen identificats són intermedis, com els de la figura 3, que conviden a buscar el punt mitjà entre dos de coneguts: el 3 entre el 2 i el 4, el 5 entre el 4 i el 6, etc. (figura 4).

La representació sobre la recta pot anar-se adaptant progressivament a uns altres intervals, es pot treballar amb una recta amb el 0 a l'inici i el 100 al final identificant-ne cada un dels punts: el 50 al centre, el 10 a continuació del 0, el 40 i el 60

Figura 2

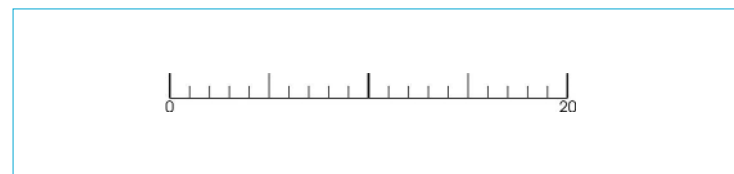


Figura 3

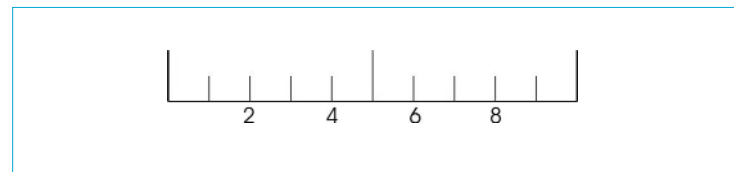
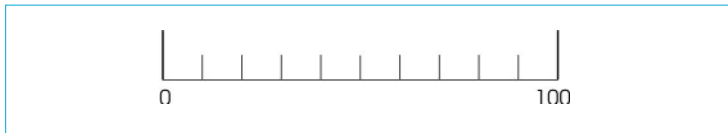


Figura 4



a banda i banda del 50, el 90 abans del 100, fins a identificar totes i cadascuna de les desenes, i de manera més o menys aproximada, qualsevol altre nombre que hi estigui inclòs, per exemple: el 35 entre el 30 i el 40 o el 37, una mica després del 35.

La representació dels nombres sobre una línia en la qual s'han marcat uns punts que representen nombres, pot ser adequada per a infants de finals de cicle inicial, però és encara massa esquemàtica i abstracta a educació infantil i fins i tot a l'inici del cicle inicial. Cal, en aquesta edat, ajudar a identificar els punts sobre la línia amb una representació més concreta, i això es pot fer enfilant-hi boles, de manera que la recta numèrica de l'1 al 10 tingui 10 boles enfilades i els colors ajudin a identificar-les.

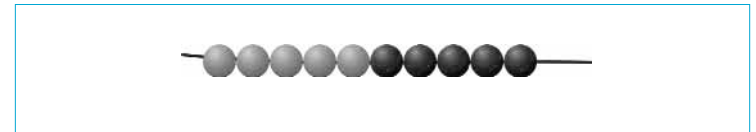
La recta numèrica a educació infantil

Amb boles enfilades. Llegir nombres

Per treballar-ho a partir de quatre anys, necessitem una recta que, com la de la figura 5, ajudi a veure els nombres com a punts i que inicialment reproduïxi una representació que per als nens i nenes d'aquesta edat és molt habitual: els dits de

les mans. Aquesta és la raó per la qual es presenten deu boles de dos colors diferents, cinc de cada color.

Figura 5



Una recta com aquesta es pot construir amb deu boles de fusta de colors enfilades en una goma elàstica o, com explica Carme Barba¹, amb pilotes de ping-pong de colors enfilades amb fil de pescar, un recurs excel·lent per treballar a parvulari.

Amb una recta amb les deu boles enfilades en un lloc visible de la classe, es pot treballar de manera força sistemàtica el reconeixement dels nombres, amb l'objectiu que els identifiquin globalment, és a dir, sense comptar els elements un a un (figures 6, 7).

Figura 6

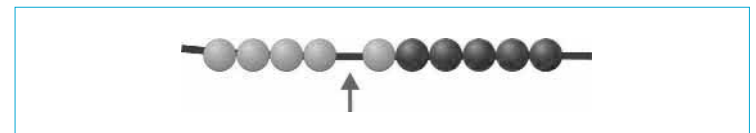


Figura 7



Si es mostren les boles separades com a la figura 6, ben aviat diuen que n'hi ha quatre sense necessitat de comptar-les, simplement les veuen i relacionen la quantitat amb la imatge que tenen del 4 representat amb els dits de les mans, o bé s'adonen que és $3 + 1$ o $5 - 1$. No és gens estrany, d'altra banda, que algun infant s'adoni que se n'han separat 4 i que en queden 6 a l'altre costat, amb la qual cosa inicia un dels aprenentatges fonamentals per al càlcul: la descomposició del 10.

El mateix passa si es mostren les boles separades com a la figura 7, veuen el 7 com a $5 + 2$. Si en lloc de representar el 7 es representa el 9, aviat s'adonen que els és molt més fàcil veure'l com $10 - 1$.

Tan aviat com hi hagi alguna criatura que mostri de manera evident que ha reconegut la quantitat sense comptar, és molt interessant aprofitar la situació per fer-los explicar als altres com ho fan per identificar els nombres. Inicialment, diuen «Ho he vist» o «Perquè hi són» o «Ho sé segur». Si hi insistim una mica, comencen a aflorar explicacions com les que s'han comentat abans, per exemple: «Perquè en falta un perquè n'hi hagi 5» o «Perquè n'hi ha 5 i dos més»... Explicant-ho, ells mateixos en prenen consciència i alhora comparteixen les estratègies entre companys i companyes.

Amb boles enfilades. Representar sumes i restes

Sobre la recta de boles enfilades, també s'hi poden representar fàcilment sumes i restes (figura 8).

Si, per exemple, es vol sumar $4 + 4$, es marquen les quantitats en dos temps, en la mateixa direcció de la recta. En aquest

Figura 8



cas, es marquen primer 4 boles i després 4 més i, una vegada juntes, se separen de la resta i es veu el 8 tal com estan acostumats a veure'l quan fan simplement reconeixement de nombres, això facilita que puguin dir-ne el resultat sense haver de comptar les boles d'una en una des del començament (figures 9 i 9 bis).

Figura 9

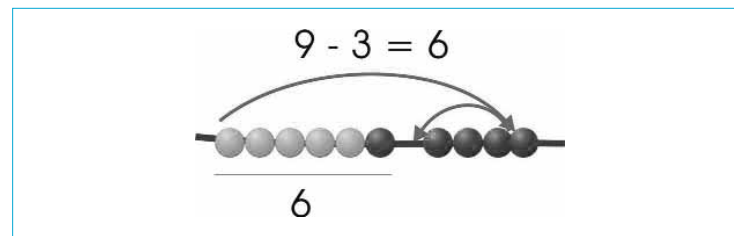
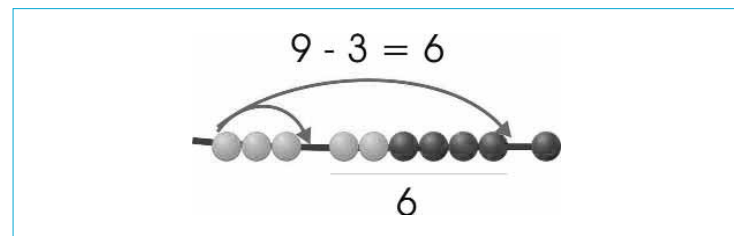


Figura 9bis

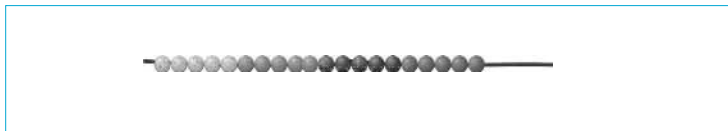


Si, en lloc d'una suma, es vol fer una resta, també es farà en dos temps, es pot marcar primer el minuend en direcció esquerra-dreta i a continuació el subtrahend en direcció dreta-esquerra, o bé marcar els dos nombres començant per l'esquerra. Sobre la recta, es pot representar, per tant, dues maneres d'entendre la resta.

Amb boles enfilades. Ampliar la sèrie fins a la segona desena

Cap a final de parvulari, és freqüent trobar escolars que, quan han entès la suma, intenten fer-ne amb tots els nombres que coneixen. Si sumen, per exemple, $6 + 7$ i ho fan amb els dits, els falten dits per representar el resultat, llavors és el moment de posar a l'abast una sèrie de 20 boles enfilades, en què cada cinc boles canviï el color, per mantenir la semblança amb els dits de les mans. Això els permet representar sumes com ara $6 + 6 = 12$; $7 + 8 = 15$; $9 + 9 = 18$, tot i que encara no hagin construït la desena (figura 10).

Figura 10



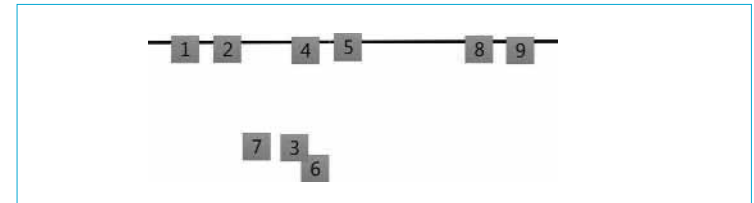
Aquesta recta amb 20 boles els pot servir també a començament de cycle inicial, fins que passin a organitzar la desena.

Amb nombres

Paral·lelament al reconeixement de les quantitats i a l'ús dels noms dels nombres per referir-nos-hi, podem treballar també sobre la recta l'ordre de les xifres a mesura que les van coneixent.

Per fer-ho, es pot col·locar una barreta o un filferro rígid aproximadament a un centímetre i mig de la paret i preparar unes cartolines plastificades amb els nombres que es vulguin ordenar amb una agulla d'estendre roba enganxada al darrere, o bé una tira llarga de veta adherent enganxada en horitzontal a la paret i quadrets de veta adherent darrere les cartolines dels nombres (figura 11).

Figura 11



Amb aquest material, es pot fer una activitat en grup dirigida per la mestra i encaminada a reflexionar sobre la posició d'uns nombres respecte als altres.

Es reparteixen les cartolines amb els nombres entre els infants i se'ls demana que, per torns, col·loquin la cartolina amb el nombre sobre la recta. El primer col·loca el nombre sense tenir-ne cap més de referència, el posa segons el nombre que si-

Es tracta de no establir els torns seguint l'ordre dels nombres, sinó justament fer-ho de manera intencionadament desordenada i deixar-los que ells mateixos corregeixin alguns dels errors que fan

gui aproximadament cap al començament, al mig o al final de la recta; la nena o el nen que col·loqui el següent haurà de decidir on situa el seu partint del que ja hi ha trobat, i així ho hauran d'anar fent tots els altres.

Si se'ls demana que expliquin per què l'han posat en un lloc determinat, veurem com van desenvolupant els criteris d'ordre

entre els nombres: «L'he posat abans del 5 i he deixat lloc per al 4» o bé «L'he posat al final perquè el 9 és el que va just abans del 10», etc. D'aquesta manera, verbalitzen els criteris d'ordre que han tingut en compte i, si no ho han acabat de fer, la resta del grup hi podrà intervenir per completar-ho.

Es tracta de no establir els torns seguint l'ordre dels nombres, sinó justament fer-ho de manera intencionadament desordenada i deixar-los que ells mateixos corregeixin alguns dels errors que fan al començament. Per exemple: si un nen ha enganxat el 8 al costat del 6 sense deixar lloc per al 7 i no hi ha cap més escolar que se n'adoni, en lloc d'intervenir-hi, és millor deixar-ho i esperar que surti el 7, per veure com ells mateixos s'adonen que cal posar el 8 una mica més a la dreta per deixar lloc al 7.

Quan han fet algunes vegades aquesta activitat en grup i de manera dirigida, es pot deixar una panera o una bossa amb els nombres perquè ho facin sols o en petits grups, en estones de treball més informal i sense l'ajuda de la mestra. Sempre hi ha escolars que s'acosten a enganxar nombres i sovint es formen petits grups que, mentre ho fan, ho van comentant.

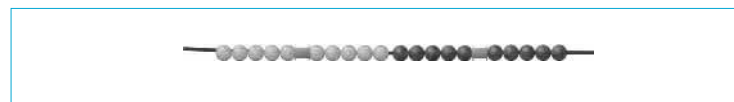
Aquesta activitat es pot realitzar també amb una sèrie més limitada, per exemple: fent servir només els nombres fins al 5, el que cal és que els ordenin a mesura que els vagin coneixent.

La recta numèrica a cicle inicial

Amb boles enfilades. Llegir nombres

Quan s'han iniciat en el treball de la desena, cal construir una recta numèrica agrupant les boles per colors de 10 en 10 per substituir la que s'ha descrit a final de parvulari, on hi ha dues desenes de boles i les boles canvien de color formant grups de cinc (figura 12).

Figura 12



Els dits de les mans que fins ara han servit de referència han d'anar deixant pas a la desena, però això no significa que el 5 hagi de perdre importància en la nova organització. Al contrari, el 5 ha de continuar servant de suport, per això convé marcar-lo enfilant, entre les boles 5 i 6, una volandera, un botó petit o un trosset de tub, de manera que marqui la posició de mitja desena i no deixi dubtes que és un element que no s'ha de comptar.

Figura 13

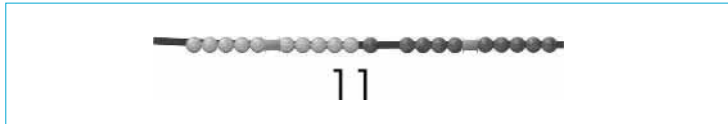


Figura 14

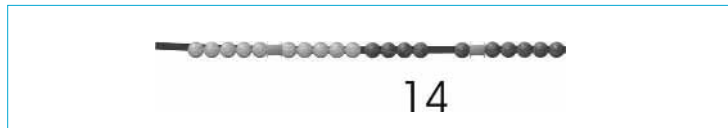


Figura 15

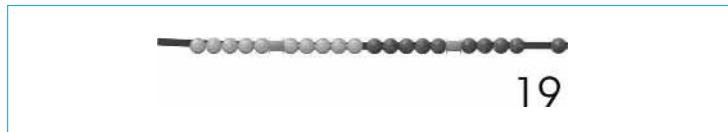
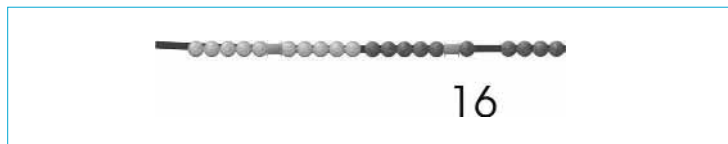


Figura 16



Amb el 5 i el canvi de color en les desenes com a punts de referència, es van deduint els altres nombres i es va guanyant rapidesa en fer-ho (figures 13, 14, 15, 16).

Convé que la primera recta sigui de vint boles i que es deixi temps per comprendre la nova organització. Després, es

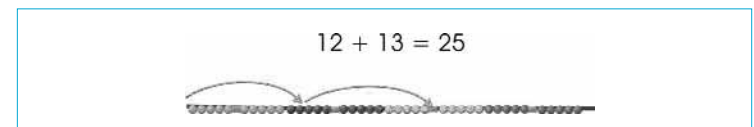
poden construir rectes amb 40, 50..., 100 boles, a mesura que es va aprenent la primera centena.

El mateix tipus de propostes que es fan amb les dues primeres desenes es pot fer amb les altres, assenyalant-ne, per exemple, el 21, el 34, el 46, el 89 o qualsevol altre nombre. Es reprèn així el treball que s'ha iniciat a educació infantil, ara amb nombres més grans, i s'acostumen a veure els nombres de manera ràpida i tenint en compte la composició additiva que presenten, per exemple: el 46 com a 4 desenes (4 grups de boles de colors diferents) i 5 + 1 unitats (5 fins a la marca i 1 a l'altra banda de la marca).

En aquestes situacions de treball, cal combinar moments en què es doni prioritat a la resposta ràpida, que mostra que es va interioritzant l'organització de la sèrie numèrica, amb moments en què es demani que expliquin com saben que aquell és un nombre determinat, perquè, en fer-ho explícit, esdevenen conscients del que saben fer a nivell intuïtiu, els permet compartir-ho amb els altres i facilita que s'avanci en la comprensió dels mecanismes de la sèrie numèrica.

A més de representar-hi nombres, a la recta de boles també s'hi poden representar operacions. La pràctica adquirida amb la lectura de nombres facilita l'obtenció ràpida del resultat

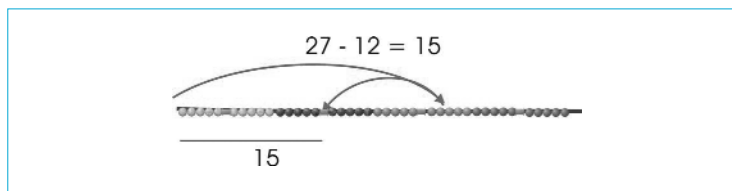
Figura 17



i reforça la concepció del nombre en forma de descomposició additiva. Així, si es tracta de sumar $13 + 12$ es marca sobre la recta $13 = 10 + 3$; a continuació, $12 = 2 + 10$, i, en ajuntar els dos grups de boles, hi apareix clarament el 25 (figura 17).

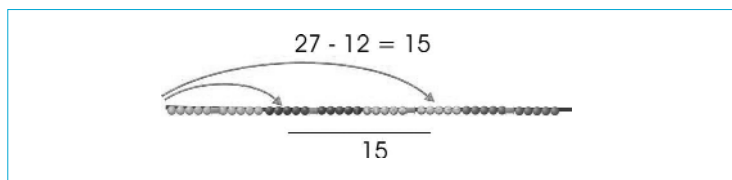
Si l'operació que volem representar és una resta, per exemple: $27 - 12$, amb la recta tenim dues maneres de representar-la (figura 18).

Figura 18



Marcant primer el 27 i després, aprofitant que la visualització ho afavoreix, descomptar-ne el 12 (figura 19).

Figura 19



O bé marcant primer el 27 i, a continuació, el 12, començant des de l'inici de la recta. Per trobar-ne el resultat, cal llegir el nombre que queda entre les dues marques ($8 + 7$) o bé ($5 + 5 + 3 + 2$).

És important que, de manera sistemàtica, es demani als infants que expliquin el raonament que han fet per col·locar el nombre, amb l'objectiu que esdevinguin conscients de les relacions que hi ha entre ells

Un ús diari i sistemàtic d'aquesta representació millora molt l'habilitat numèrica amb els nombres més petits de 100^2 .

Amb els nombres

Tal com hem vist a educació infantil, a mesura que s'avança en el reconeixement de les quantitats i l'ús dels noms dels nombres per referir-nos-hi, podem treballar també l'ordre de les xifres sobre la recta.

Per fer-ho, ens podem servir del material que s'ha descrit per a educació infantil i que es mostra a la figura 11, tenint en compte que ara caldrà posar-hi més nombres i dedicar-hi gairebé un pany de paret. És una tasca que cal anar fent de manera molt progressiva i que pot durar força dies.

S'haurà d'adaptar l'activitat segons el moment del curs en què s'emprenqui —no és el mateix començar a fer-ho quan coneixen els nombres fins al 40 i anar-ho completant a mesura que en van coneixent més, que emprendre aquesta activitat quan ja coneixen els nombres fins al 100 i com una activitat per reforçar-ne el coneixement—. En tots els casos, però, és convenient que se situin les desenes ben aviat, perquè serveixin de punt de referència, i que es vagi graduant la dificultat proposant que es col·loquin en primer lloc nombres que estiguin a prop dels que serveixen de referència.

El bagatge de treball amb les boles els proporciona la base per poder imaginar on es poden situar els nombres i fer un pas més cap a l'abstracció

És important que, de manera sistemàtica, es demani als infants que expliquin el raonament que han fet per col·locar el nombre, amb l'objectiu que esdevinguin conscients de les relacions que hi ha entre ells i que són les que en determinen la situació.

Treballar amb la recta buida

Després d'haver treballat amb la recta on cada nombre està representat per una bola i d'haver enganxat els nombres sobre la recta, es poden fer propostes sobre la recta buida, és a dir, on ja no hi ha les boles, sinó una línia horitzontal i alguns punts de referència.

El bagatge de treball amb les boles els proporciona la base per poder imaginar on es poden situar els nombres i fer un pas més cap a l'abstracció.

Què aporta el treball amb la recta numèrica?

La recta numèrica és una eina que ajuda a veure el nombre no només com a indicador de la quantitat, sinó també com a indicador de situació, és, doncs, una representació que connecta aspectes de numeració i de geometria.

D'altra banda, es tracta d'una representació que es pot fer servir més endavant per als nombres decimals i veure

que, a diferència dels naturals, entre dos nombres sempre n'hi podem posar un altre, o els fraccionaris, i fins i tot per adonar-se de la coincidència de decimals i fraccionaris sobre la recta.

HEM PARLAT DE:

- Didàctica de les matemàtiques.
- La recta numèrica.

Notes

1. En trobareu més informació a l'adreça electrònica <<http://phobos.xtec.es/sgfprp/resum.php?codi=908>>, llicència d'estudis realitzada per Carme Barba amb el títol *De les estratègies informals a les eficients pel càlcul*, un excel·lent recull de propostes per a l'educació infantil.
2. En trobareu més informació a l'adreça electrònica <<http://www.fi.uu.nl/en/projects/description/project55.html>>, corresponent a l'Institut Freudenthal, des d'on es pot accedir a la recerca de Julie Menne *Jumping ahead: an innovative training programme up to 100*.

Montserrat Torra i Bitlloch
CEIP Renaixença. Manresa

torra@unitat.com